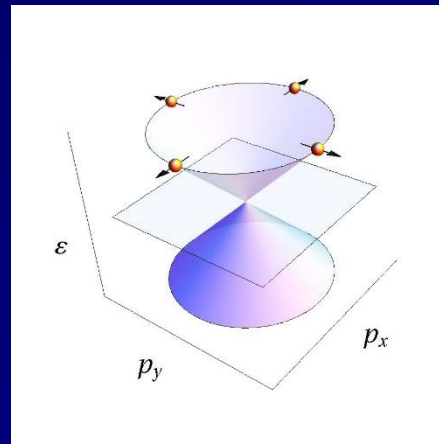
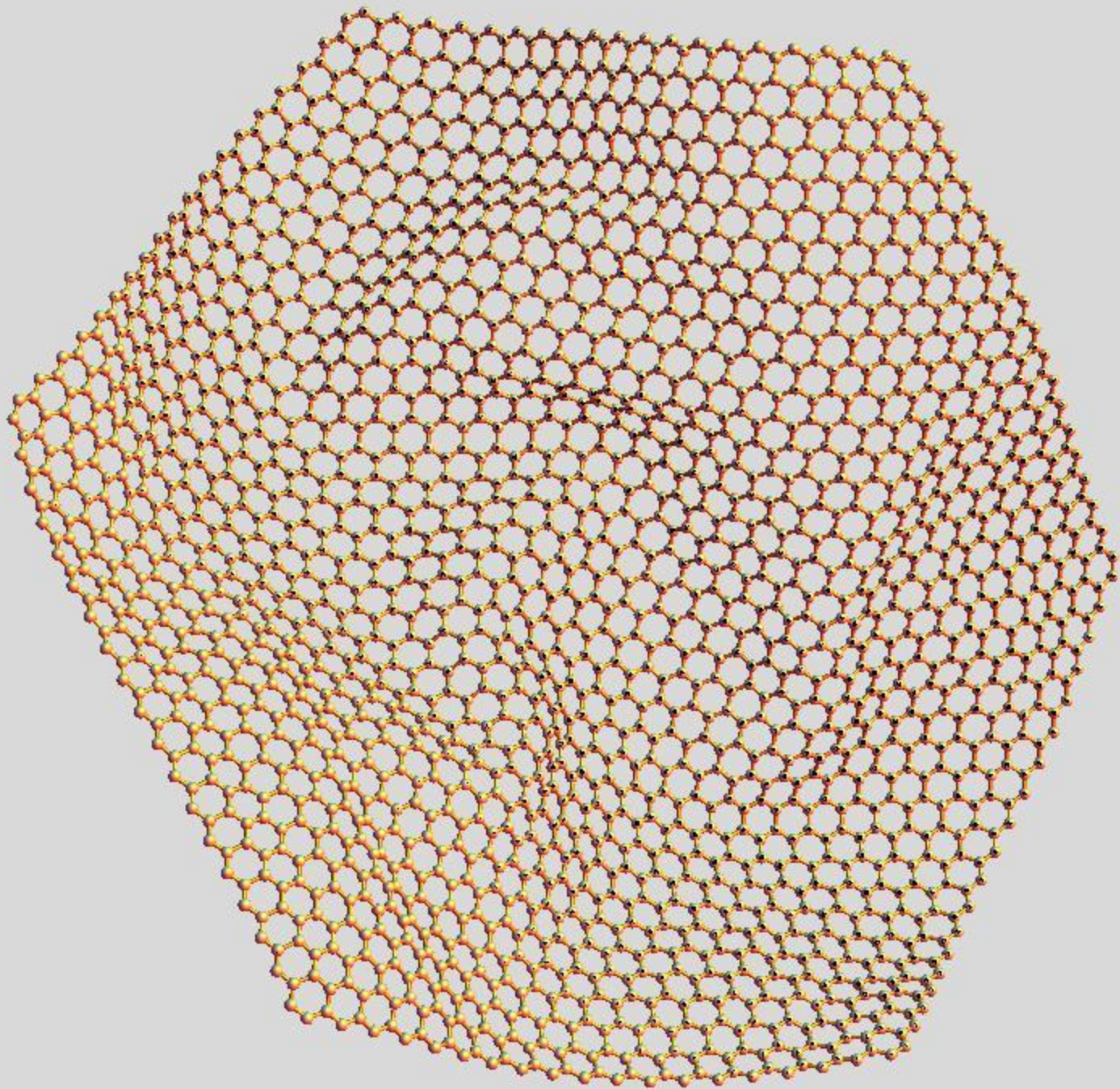


# El grafeno como modelo de fermiones en $D = 2$



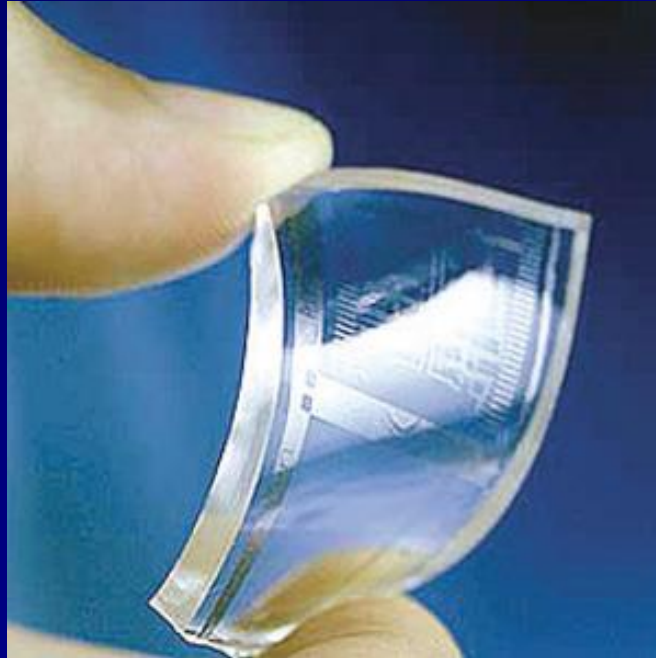
J. González

Instituto de Estructura de la Materia, CSIC, Spain



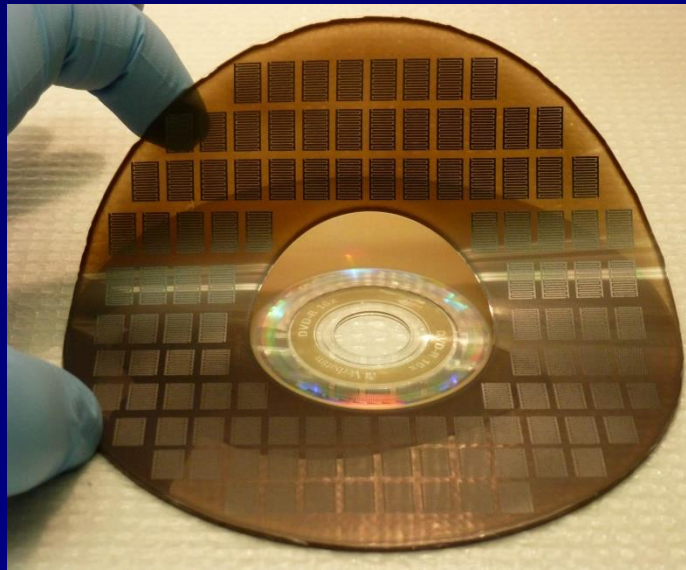
Las grandes expectativas creadas por los materiales de carbono derivan en gran medida del grafeno, que posee un enorme potencial para aplicaciones como ...

... pantallas táctiles flexibles,



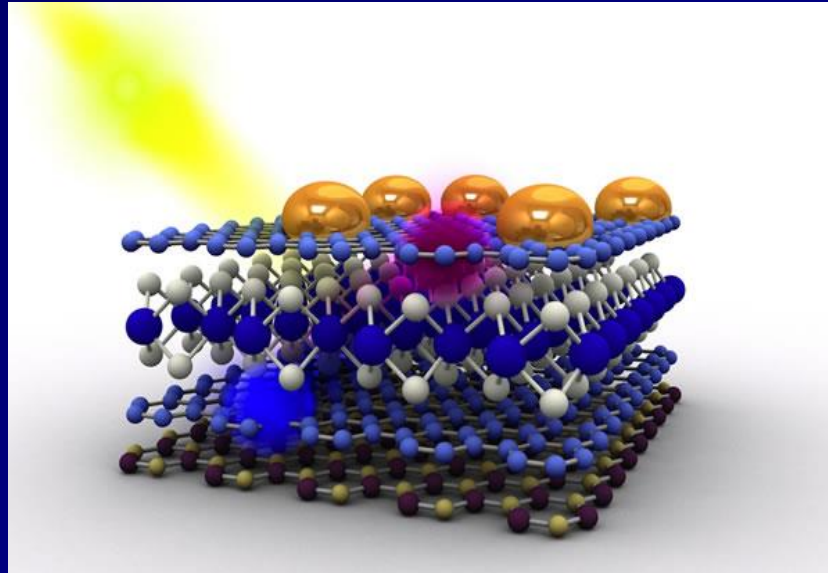


... baterías y supercondensadores de carga ultrarápida,



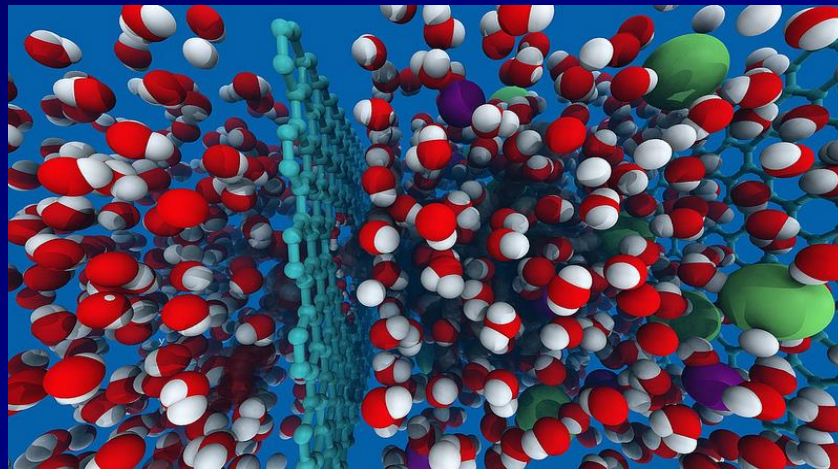
(M. F. El-Kady and R. B. Kaner,  
Nature Comm. 4, 1475 (2013))

... células solares de material orgánico,



(L. Britnell *et al.*, Science **340**, 1311 (2013))

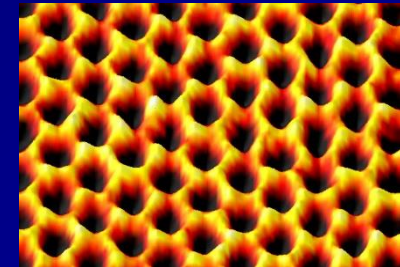
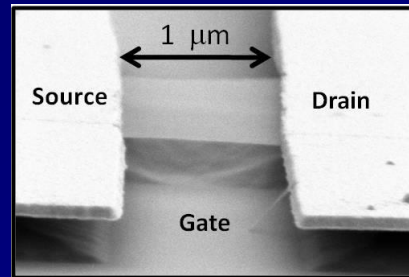
... o incluso como membrana superfina para desalinizar el agua.



(gráfico: David Cohen-Tanugi/MIT)

# GRAFENO

El descubrimiento del grafeno data del año 2004, y fue llevado a cabo por dos investigadores de la Universidad de Manchester, Andre Geim y Kostya Novoselov. Fue algo inesperado, pues hasta entonces se pensaba que una lámina de carbono de espesor atómico no podría ser estable.



(Geim's group, University of Manchester)

(Champagne Research Group,  
Concordia University)

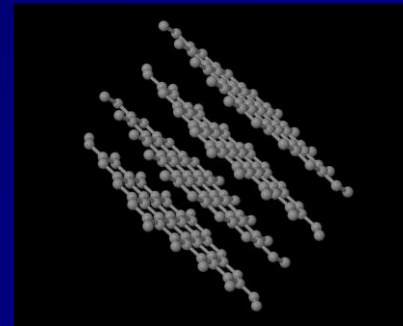
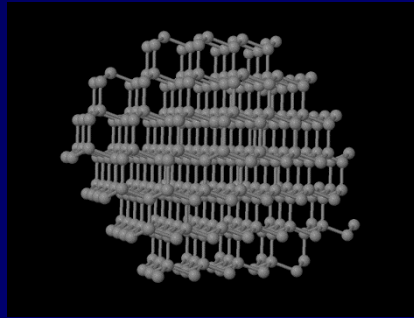
(J. C. Meyer *et al.*, Nano Lett. 8, 3582 (2008))

Desde entonces el grafeno ha despertado un enorme interés, pues reúne en un solo material una serie de propiedades muy notables:

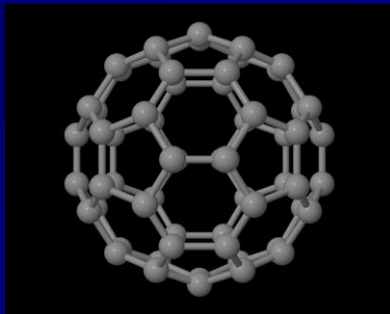
- gran velocidad de los portadores de carga
- alta resistencia a la ruptura
- alto grado de transparencia (98 %)
- gran flexibilidad

# GRAFENO

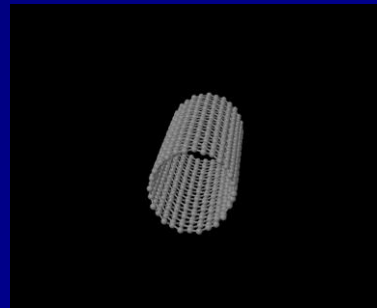
Podría parecer sorprendente que un mismo elemento químico pueda dar lugar a materiales con características tan diferentes. Esto deriva en última instancia de la diferente forma en que se enlazan los átomos de carbono, que están conectados con 4 vecinos próximos en la red del diamante y únicamente con 3 en las láminas del grafito.



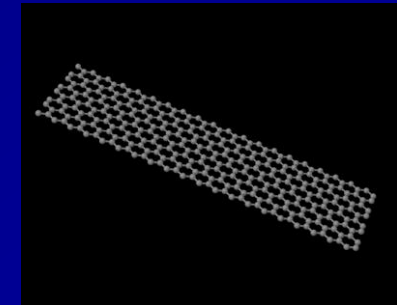
El enlace característico de las láminas de grafito está en el origen de una serie de nuevos materiales, descubiertos desde mediados de la década de los 80.



1985



1991

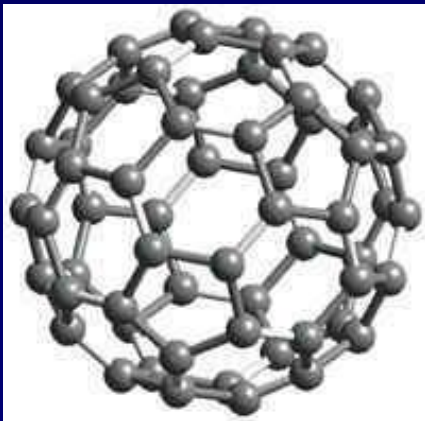


2004

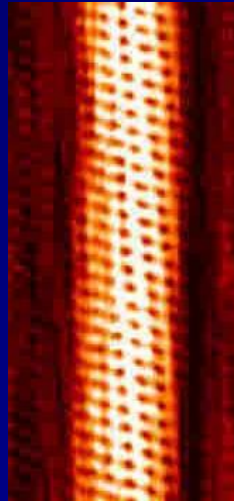


# GRAFENO

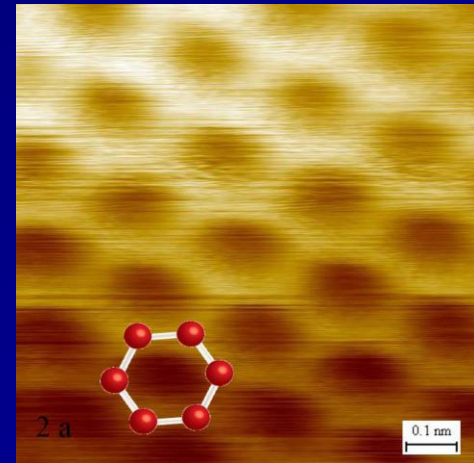
La coordinación del carbono en compuestos bidimensionales ha dado lugar a una secuencia de descubrimientos de nuevos materiales en los últimos tiempos



1985



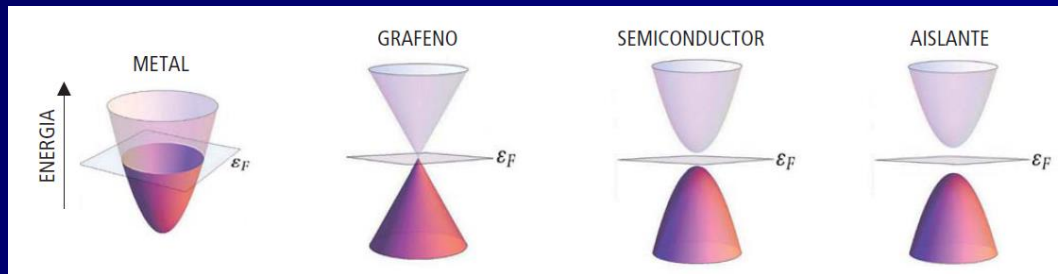
1991



2004

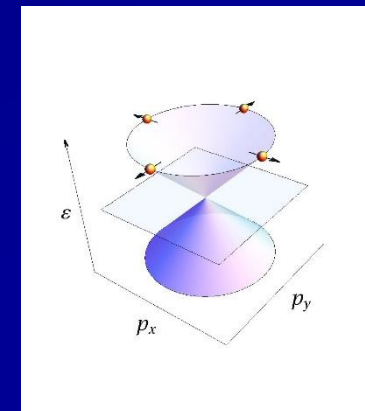
# GRAFENO

Gran parte del interés que ha despertado el grafeno proviene de las peculiares propiedades de los portadores de carga eléctrica dentro del material, con un comportamiento que los sitúa a medio camino entre los de un metal y los de un semiconductor. Los niveles de energía de los electrones de conducción están dispuestos en forma de diábolo, en el que el cono inferior está lleno de electrones, mientras que el superior está vacío.

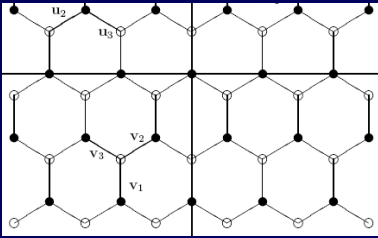


(J. González, M. A. Hernández y F. Guinea, *Electrónica del grafeno*, Investigación y Ciencia (Septiembre 2010))

Los electrones dentro de cada cono tienen un grado de libertad adicional que es un vector, similar a un espín, y que en el cono superior apunta siempre en el mismo sentido del movimiento del electrón. Este espín es una variable que se conserva bajo condiciones muy generales en la propagación de los electrones. Por eso, éstos no pueden retroceder dentro del grafeno, pues el rebote les haría cambiar la dirección de su espín, que debe en general conservarse.



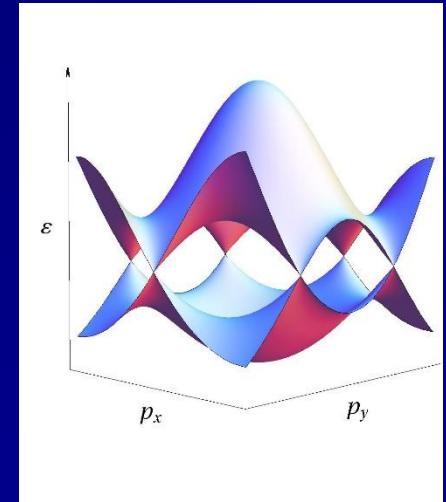
# ELECTRONIC PROPERTIES OF GRAPHENE



The observed properties were actually consistent with the dispersion expected for electrons in a honeycomb lattice

$$H_{ib} = -t \sum_{r,r'} \psi^\dagger(\mathbf{r}') \psi(\mathbf{r}) \longrightarrow H = -t \begin{pmatrix} 0 & \sum_a e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{v}_a} \\ \sum_a e^{-i\mathbf{p}\cdot\mathbf{v}_a} & 0 \end{pmatrix}$$

$$E = \pm t \sqrt{1 + 4 \cos^2(ap_y/2) + 4 \cos(ap_y/2) \cos(\sqrt{3}ap_x/2)}$$



Expanding around each corner of the Brillouin zone, we obtain the hamiltonian for a two-component fermion (Dirac hamiltonian)

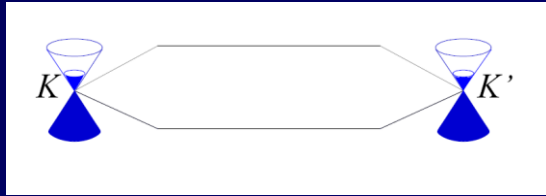
$$H = v_F \begin{pmatrix} 0 & p_x - ip_y \\ p_x + ip_y & 0 \end{pmatrix}$$

We have to introduce a Dirac fermion for each independent Fermi point, at which

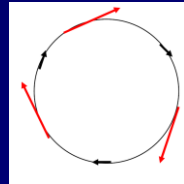
$$H = v_F \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \quad , \quad \varepsilon(\mathbf{p}) = \pm v_F |\mathbf{p}|$$

# ELECTRONIC PROPERTIES OF GRAPHENE

The scattering by impurities is quite unconventional in graphene, due to the chirality of electrons. When a quasiparticle encircles a closed path in momentum space, it picks up a Berry phase of  $\pi$



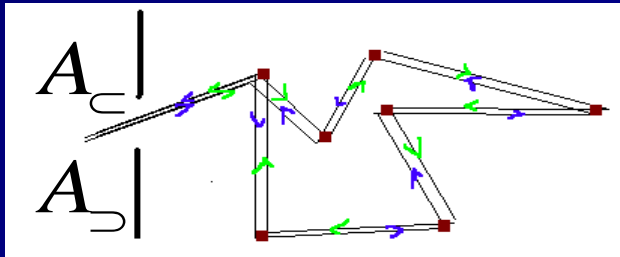
$$H = v_F \begin{pmatrix} 0 & |\mathbf{k}| e^{-i\phi} \\ |\mathbf{k}| e^{i\phi} & 0 \end{pmatrix} \longrightarrow \psi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{-i\phi/2} \\ \pm e^{i\phi/2} \end{pmatrix}$$



$$\longrightarrow \psi \rightarrow e^{i2\pi(\sigma_z/2)} \psi$$

In the absence of scatterers that may induce a large momentum-transfer, backscattering is then suppressed (H. Suzuura and T. Ando, Phys. Rev. Lett. 89, 266603 (2002)).

$$w \sim |A_{\leftarrow} + A_{\rightarrow}|^2 = |A_{\leftarrow}|^2 + |A_{\rightarrow}|^2 + [A_{\leftarrow}^* A_{\rightarrow} + A_{\leftarrow} A_{\rightarrow}^*] = 0$$



$$A_{\leftarrow} A_{\rightarrow}^* = e^{-i2\pi(\sigma_z/2)} |A_{\leftarrow}|^2 = -|A_{\leftarrow}|^2$$

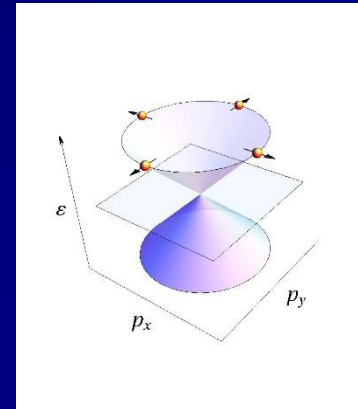


# ELECTRONIC PROPERTIES OF GRAPHENE

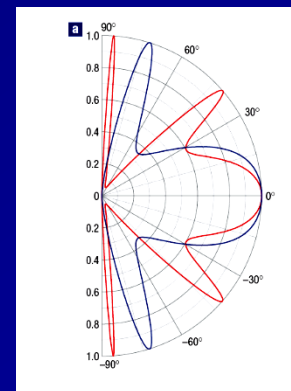
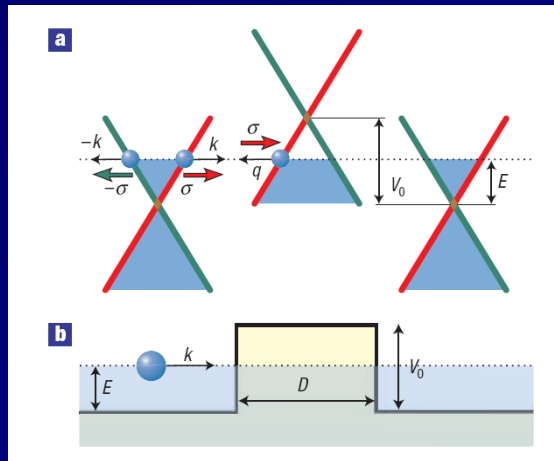
Another way of explaining the suppression of backscattering is by considering that, for the massless Dirac fermions, the pseudospin gives rise to the conserved quantity

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \frac{\mathbf{p}}{|\mathbf{p}|}$$

that changes sign upon the inversion of the momentum.



This also explains the peculiar properties of electrons when tunneling across potential barriers: the transmission probability is equal to 1 at normal incidence, and 0 for backscattering



M. I. Katsnelson, K. S. Novoselov, and  
A. K. Geim, *Nature Phys.* 2, 620 (2006)

# ELECTRONIC PROPERTIES OF GRAPHENE

We will focus on the effects of the system with long-range Coulomb interaction

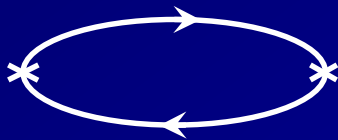
$$S = \int dt d^2x \Psi_\sigma^+(\mathbf{x}) (i\partial_t - iv_F \boldsymbol{\sigma} \cdot \partial) \Psi_\sigma(\mathbf{x}) - \frac{e^2}{8\pi} \int dt d^2x d^2x' \Psi_\sigma^+(\mathbf{x}) \Psi_\sigma(\mathbf{x}) \frac{1}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|} \Psi_{\sigma'}^+(\mathbf{x}') \Psi_{\sigma'}(\mathbf{x}')$$

This action is actually invariant under the scale transformation

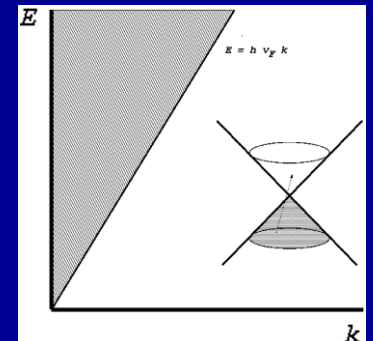
$$t = s t' \quad , \quad \mathbf{x} = s \mathbf{x}' \quad , \quad \Psi(\mathbf{x}) = s^{-1} \Psi'(\mathbf{x})$$

while any further short-range interaction has to scale with extra powers of  $s$ , being therefore irrelevant in the low-energy limit  $s \propto 0$ .

Moreover, the long-range interaction is not screened in the undoped system, as the polarization vanishes at zero momentum



$$\Pi_0(\mathbf{q}, \omega) = \frac{\mathbf{q}^2}{4\sqrt{v_F^2 \mathbf{q}^2 - \omega^2}}$$



# ELECTRONIC PROPERTIES OF GRAPHENE

Quasiparticle properties can be studied in a kind of  $1/N$  expansion

$$\Sigma(\mathbf{k}, \omega) = \sum_{n=1}^{\infty} \text{Diagram}_n$$

$$G(\mathbf{k}, \omega)^{-1} = G(\mathbf{k}, \omega)_0^{-1} - \Sigma(\mathbf{k}, \omega)$$

$$\alpha \equiv \frac{e^2}{4\pi v_F}$$

$$\approx \omega - v_F \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{k}$$

$$+ (c(\alpha) \omega - b(\alpha) v_F \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{k}) \log(\Lambda / \omega)$$

The quasiparticle weight and the Fermi velocity are renormalized at low energies

$$G(\mathbf{k}, \omega) = \frac{Z_\psi}{\omega - v_F Z_v \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{k} + i\Gamma(\omega)}$$

$$Z_\psi(\omega) \approx 1 - a \alpha^2 \log(\Lambda / \omega) \quad a > 0$$

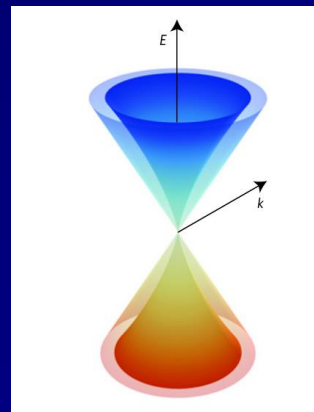
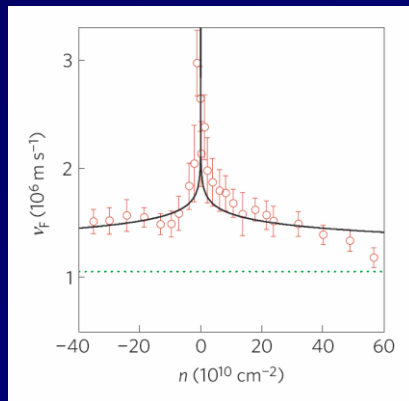
$$Z_v(\omega) \approx 1 + a' \alpha \log(\Lambda / \omega) \quad a' > 0$$

$$\Gamma(\omega) \sim \alpha^2 \omega$$

(J. G., F. Guinea and  
M. A. H. Vozmediano,  
Phys. Rev. B 59, R2474 (1999))

# ELECTRONIC PROPERTIES OF GRAPHENE

This increase of the Fermi velocity has been observed in graphene at very low doping levels



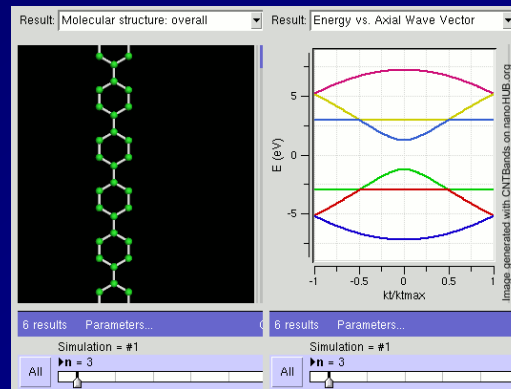
D. C. Elias *et al.*, Nature Phys. 7, 701 (2011)



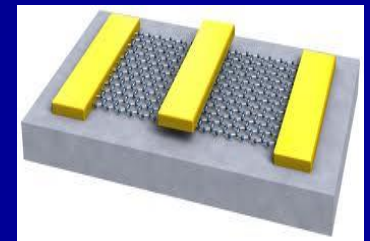
# GRAFENO

Los electrones se propagan en el grafeno a una velocidad muy grande, aproximadamente 300 veces menor que la de la luz. Esto hace del grafeno un material ideal para la construcción de dispositivos electrónicos veloces. Pero también hay un problema a la hora de confinar estos electrones en el interior de dispositivos minúsculos.

Una posibilidad consiste en utilizar las llamadas nanocintas de grafeno, donde la estructura de niveles de energía depende de la anchura de las cintas, de forma que se puede abrir una brecha entre la banda de valencia (cono inferior) y la de conducción (cono superior).

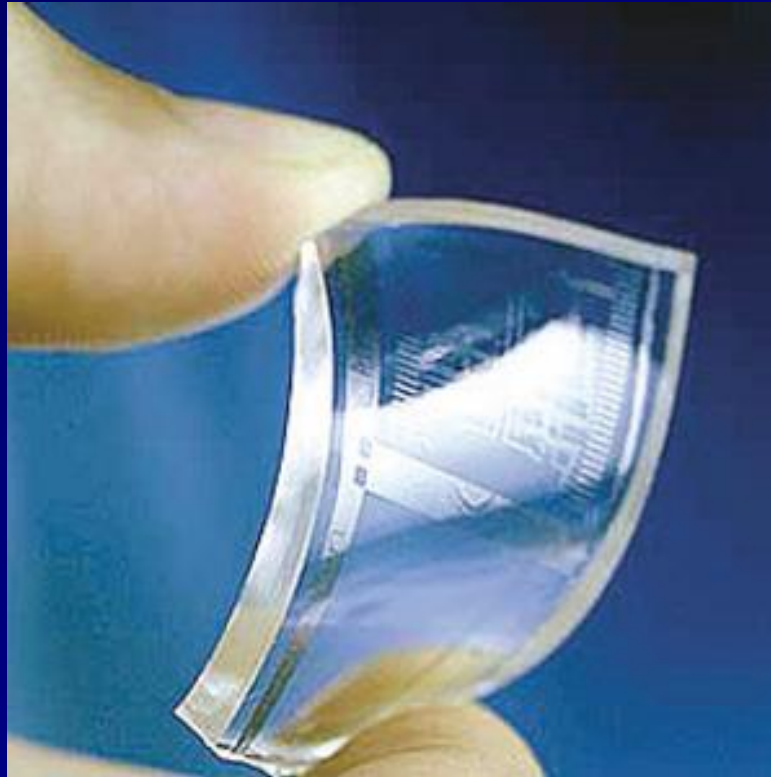


Hay varios grupos que han desarrollado ya los primeros transistores de grafeno. En particular, se han logrado fabricar prototipos funcionando a 300 GHz, que es una frecuencia no alcanzada por los mejores transistores hechos con semiconductores.

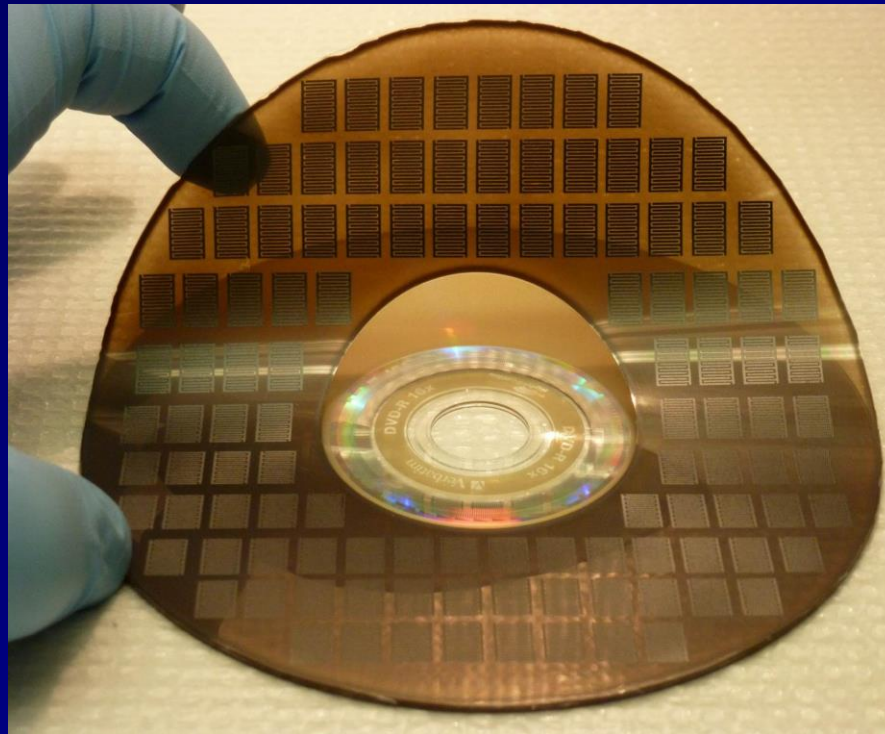


**El grafeno nos puede deparar aplicaciones muy útiles como:**

**... pantallas táctiles flexibles,**

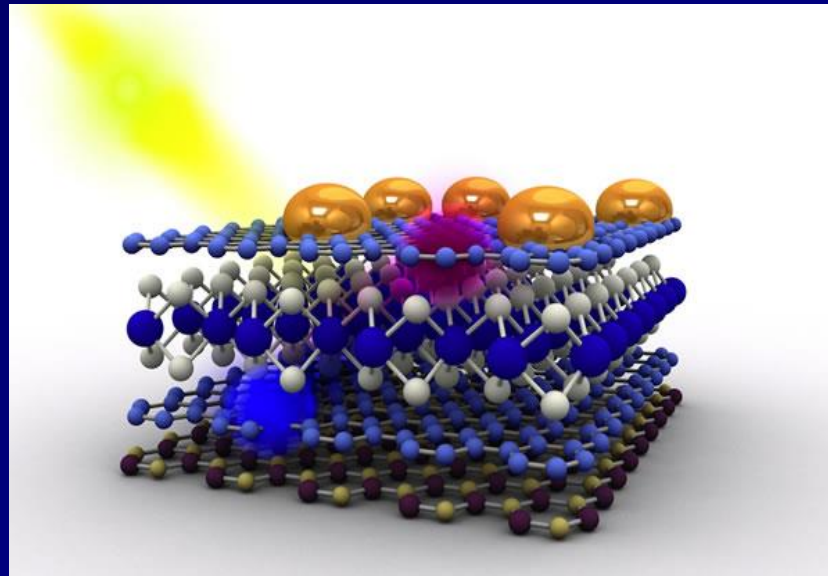


... baterías y supercapacitores de carga ultrarápida,



(M. F. El-Kady and R. B. Kaner, Nature Comm. 4, 1475 (2013))

... células solares delgadas y flexibles



(L. Britnell *et al.*, *Science* **340**, 1311 (2013))