

La Alhambra, Escher y 17 ¡el número mágico!

Juan Margalef Bentabol

Semana de la Ciencia

Noviembre de 2016

La Alhambra y Escher



La Alhambra



M.C. Escher (1898 - 1972)

La Alhambra y Escher



La Alhambra



M.C. Escher (1898 - 1972)

La Alhambra y Escher



La Alhambra



M.C. Escher (1898 - 1972)

La Alhambra y Escher



La Alhambra

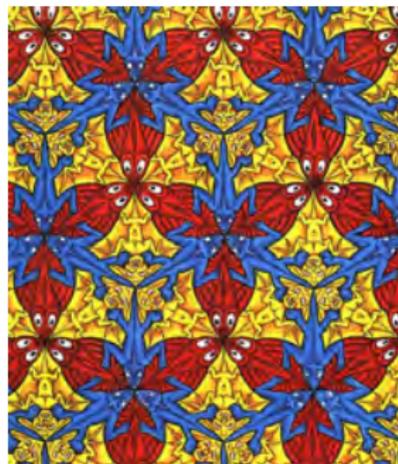


M.C. Escher (1898 - 1972)

La Alhambra y Escher



La Alhambra



M.C. Escher (1898 - 1972)

Embaldosados (Teselaciones -Tiling)

Embaldosar es cubrir un plano con piezas (baldosas) que no se superpongan y sin dejar agujeros.



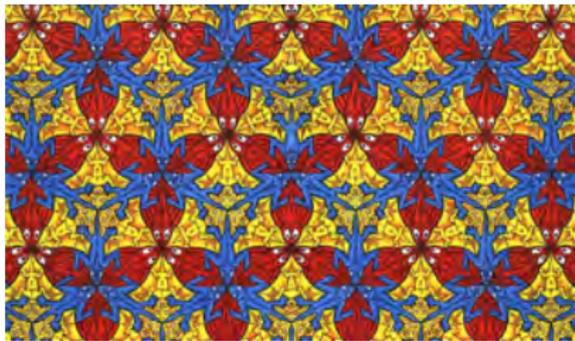
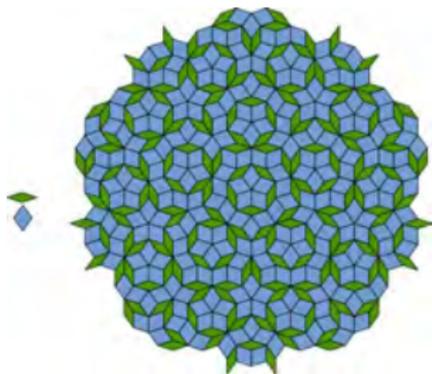
Embaldosados (Teselaciones -Tiling)

Embaldosar es cubrir un plano con **una o más** piezas **iguales** (baldosas) que no se superpongan y sin dejar agujeros.



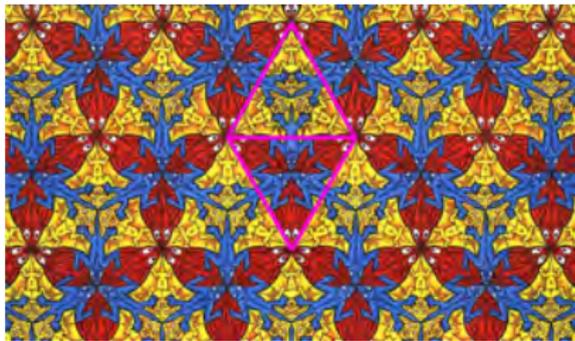
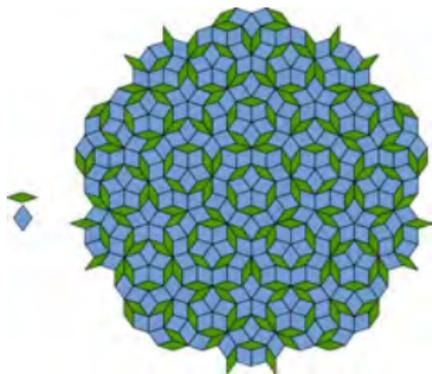
Embaldosados (Teselaciones -Tiling)

Embaldosar es cubrir un plano con **una o más** piezas **iguales** (baldosas) que no se superpongan y sin dejar agujeros.



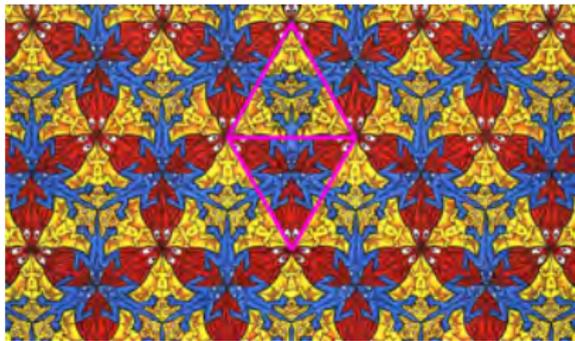
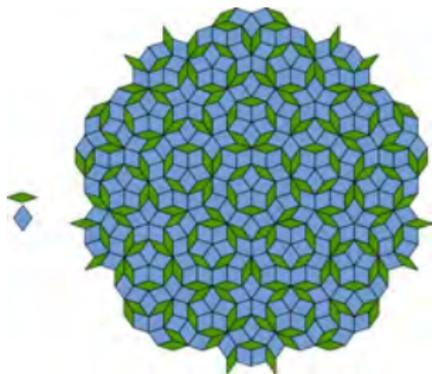
Embaldosados (Teselaciones -Tiling)

Embaldosar es cubrir un plano con **una o más** piezas **iguales** (baldosas) que no se superpongan y sin dejar agujeros.



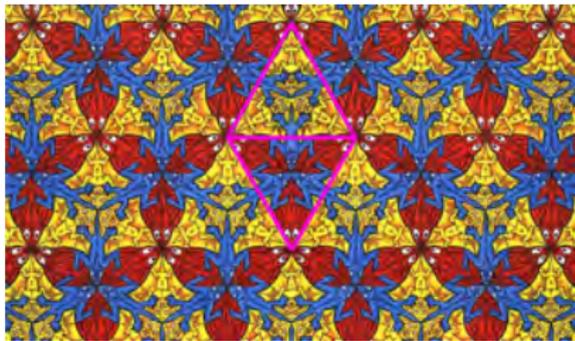
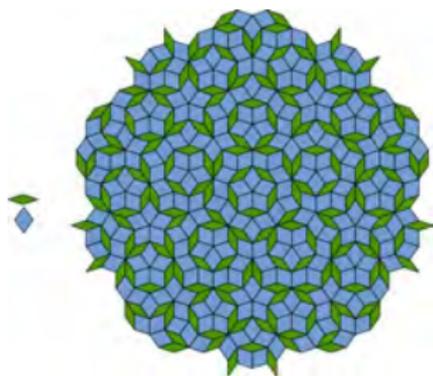
Embaldosados (Teselaciones -Tiling)

Embaldosar es cubrir un plano con **una o más** piezas **iguales** (baldosas) que no se superpongan y sin dejar agujeros.



Embaldosados (Teselaciones -Tiling)

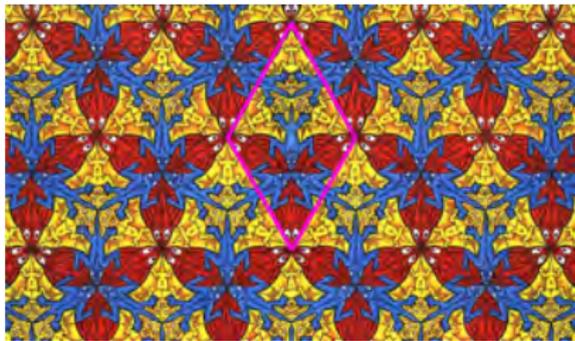
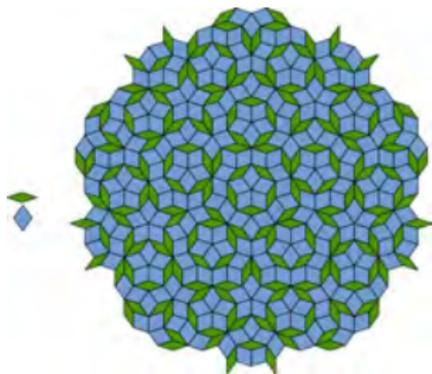
Embaldosar es cubrir un plano con **una o más piezas iguales** (baldosas) que no se superpongan y sin dejar agujeros.



Un embaldosados es **periódico** si se puede conseguir mediante traslación en dos direcciones de una única pieza.

Embaldosados (Teselaciones -Tiling)

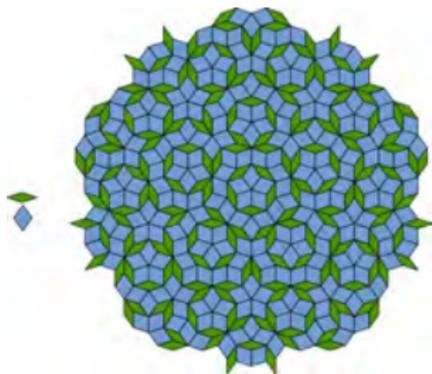
Embaldosar es cubrir un plano con **una o más** piezas **iguales** (baldosas) que no se superpongan y sin dejar agujeros.



Un embaldosados es **periódico** si se puede conseguir mediante traslación en dos direcciones de una única pieza.

Embaldosados (Teselaciones -Tiling)

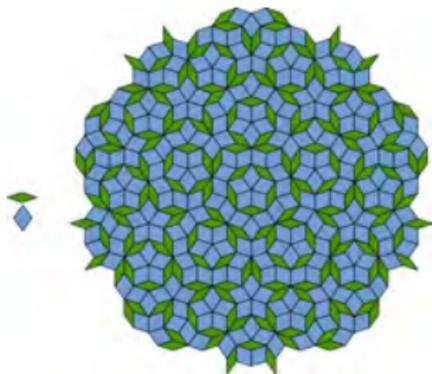
Embaldosar es cubrir un plano con **una o más** piezas **iguales** (baldosas) que no se superpongan y sin dejar agujeros.



Un embaldosados es **periódico** si se puede conseguir mediante traslación en dos direcciones de una única pieza.

Embaldosados (Teselaciones -Tiling)

Embaldosar es cubrir un plano con **una o más** piezas **iguales** (baldosas) que no se superpongan y sin dejar agujeros.



Un embaldosados es **periódico** si se puede conseguir mediante traslación en dos direcciones de una única pieza.

La cuestión es

¿De cuántas maneras distintas puedes embaldosar un plano?



La cuestión es

¿De cuántas maneras distintas puedes embaldosar un plano?

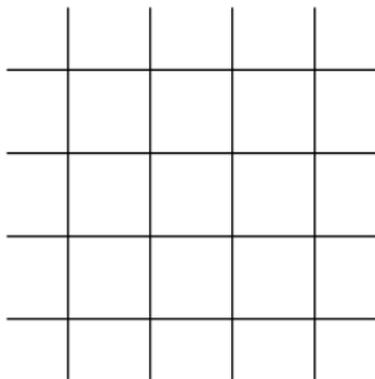
Tantas como se os ocurran



La cuestión es

¿De cuántas maneras distintas puedes embaldosar un plano?

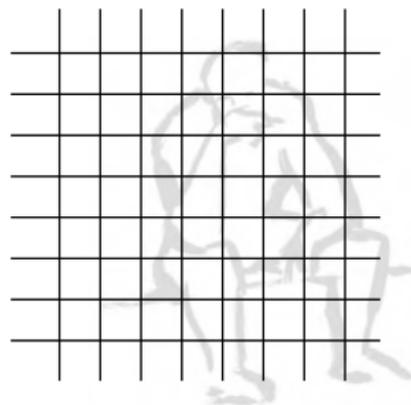
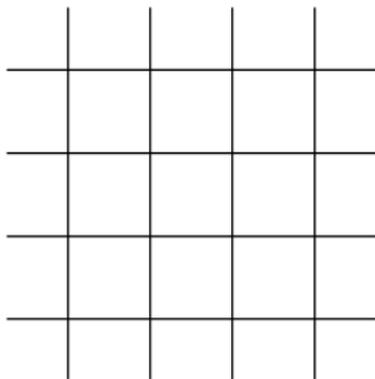
Tantas como se os ocurran



La cuestión es

¿De cuántas maneras distintas puedes embaldosar un plano?

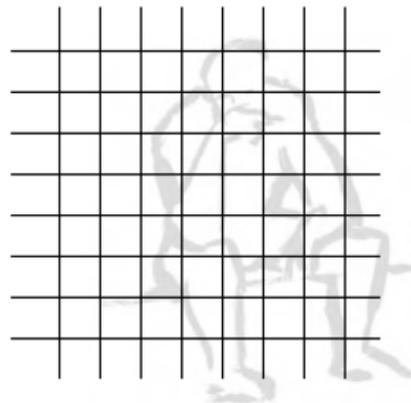
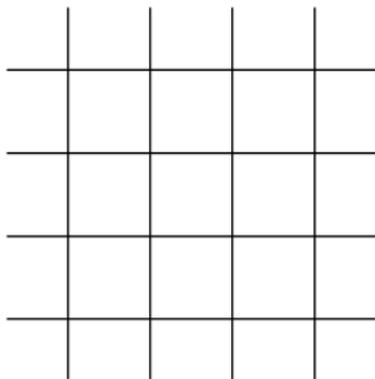
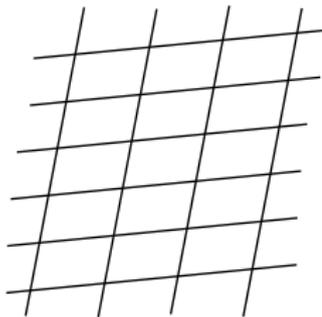
Tantas como se os ocurran



La cuestión es

¿De cuántas maneras distintas puedes embaldosar un plano?

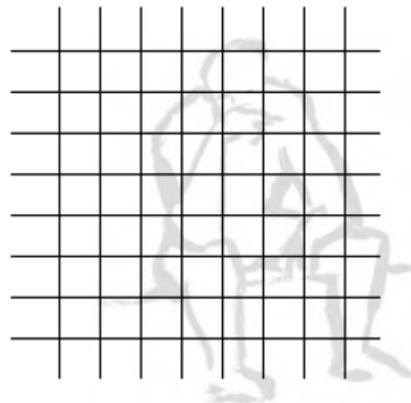
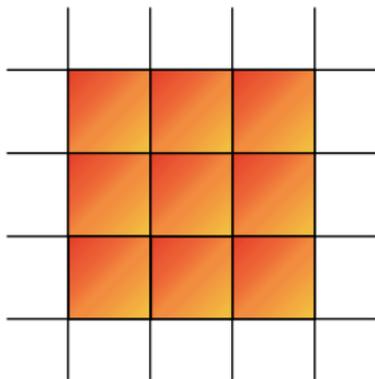
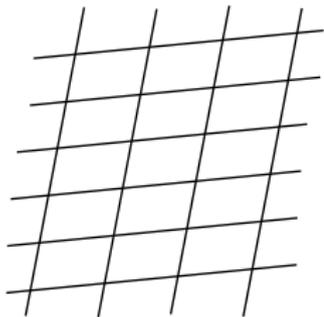
Tantas como se os ocurran



La cuestión es

¿De cuántas maneras distintas puedes embaldosar un plano?

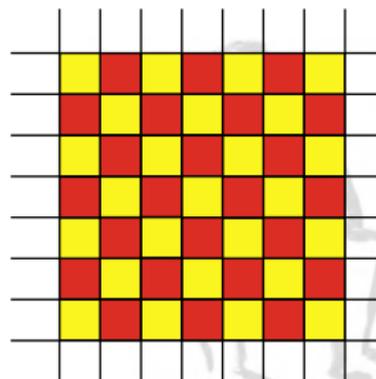
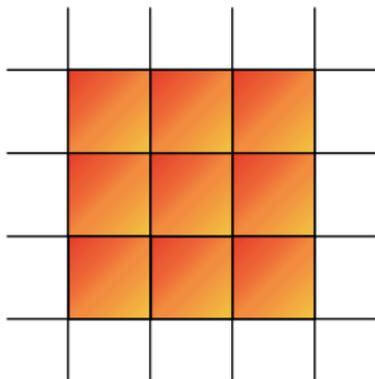
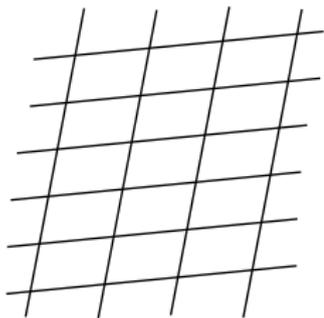
Tantas como se os ocurran



La cuestión es

¿De cuántas maneras distintas puedes embaldosar un plano?

Tantas como se os ocurran



¿Cuándo dos cosas son lo mismo?



¿Cuándo dos cosas son lo mismo?



¿Cuándo dos cosas son lo mismo?



¿Cuándo dos cosas son lo mismo?



¿Cuándo dos cosas son lo mismo?



¿Cuándo dos cosas son lo mismo?



Simetrías



Simetrías

¿Qué es una simetría?

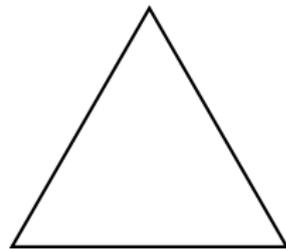
Movimiento **rígido** que realizamos a un objeto que lo deja igual que como estaba antes del movimiento.



Simetrías

¿Qué es una simetría?

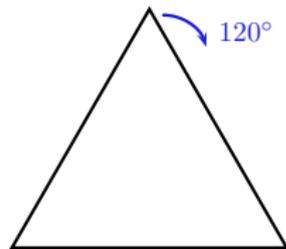
Movimiento **rígido** que realizamos a un objeto que lo deja igual que como estaba antes del movimiento.



Simetrías

¿Qué es una simetría?

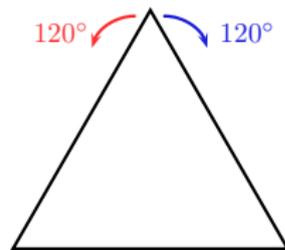
Movimiento **rígido** que realizamos a un objeto que lo deja igual que como estaba antes del movimiento.



Simetrías

¿Qué es una simetría?

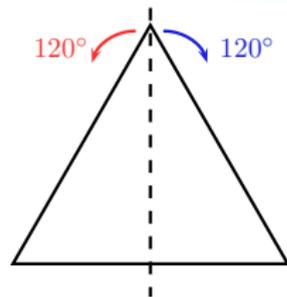
Movimiento **rígido** que realizamos a un objeto que lo deja igual que como estaba antes del movimiento.



Simetrías

¿Qué es una simetría?

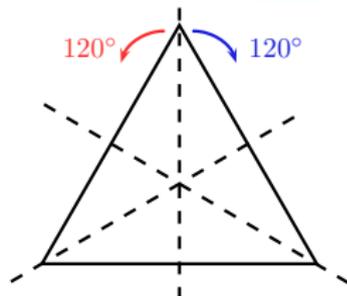
Movimiento **rígido** que realizamos a un objeto que lo deja igual que como estaba antes del movimiento.



Simetrías

¿Qué es una simetría?

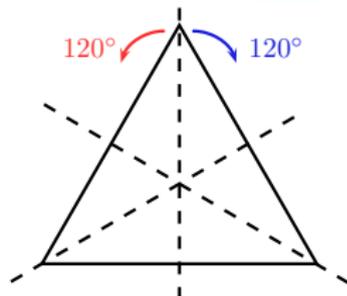
Movimiento **rígido** que realizamos a un objeto que lo deja igual que como estaba antes del movimiento.



Simetrías

¿Qué es una simetría?

Movimiento **rígido** que realizamos a un objeto que lo deja igual que como estaba antes del movimiento.



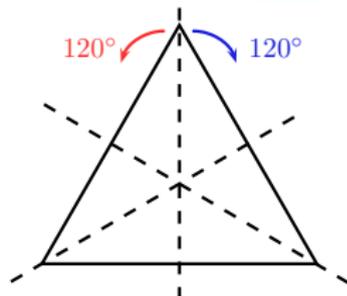
Posibles movimientos rígidos en el plano



Simetrías

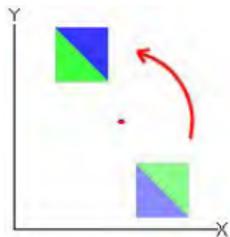
¿Qué es una simetría?

Movimiento **rígido** que realizamos a un objeto que lo deja igual que como estaba antes del movimiento.



Posibles movimientos rígidos en el plano

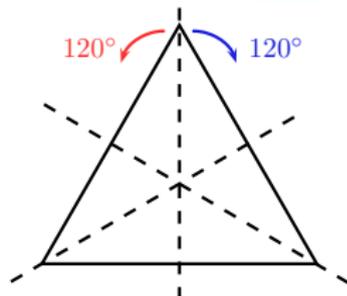
- Rotaciones



Simetrías

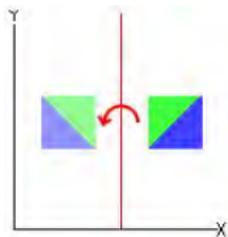
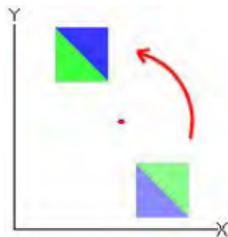
¿Qué es una simetría?

Movimiento **rígido** que realizamos a un objeto que lo deja igual que como estaba antes del movimiento.



Posibles movimientos rígidos en el plano

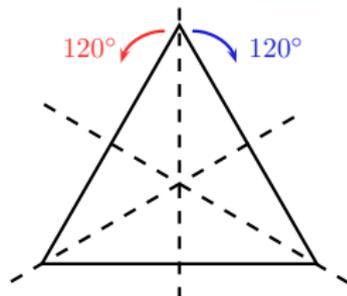
- Rotaciones
- Reflexiones



Simetrías

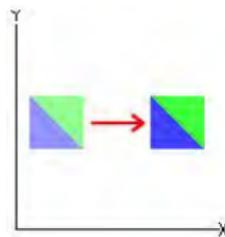
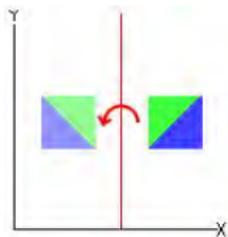
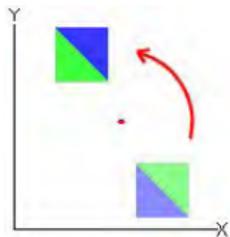
¿Qué es una simetría?

Movimiento **rígido** que realizamos a un objeto que lo deja igual que como estaba antes del movimiento.



Posibles movimientos rígidos en el plano

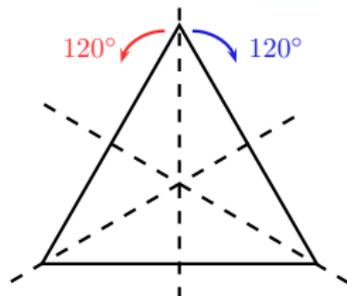
- Rotaciones
- Reflexiones
- Traslaciones



Simetrías

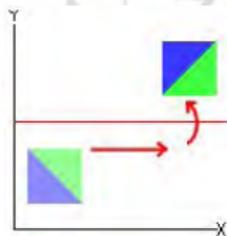
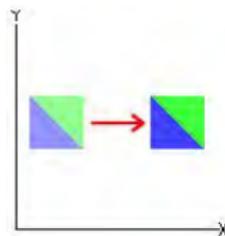
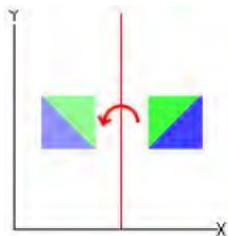
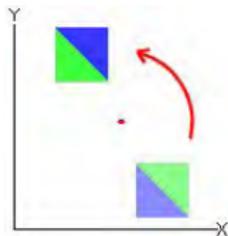
¿Qué es una simetría?

Movimiento **rígido** que realizamos a un objeto que lo deja igual que como estaba antes del movimiento.



Posibles movimientos rígidos en el plano

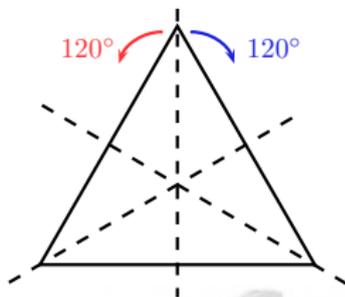
- Rotaciones
- Reflexiones
- Traslaciones
- Reflexiones con deslizamiento



Simetrías

¿Qué es una simetría?

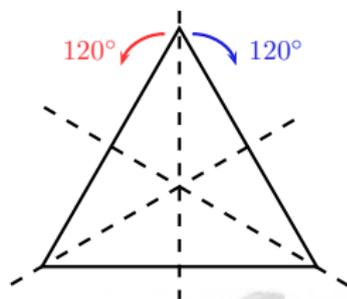
Movimiento **rígido** que realizamos a un objeto que lo deja igual que como estaba antes del movimiento.



Simetrías

¿Qué es una simetría?

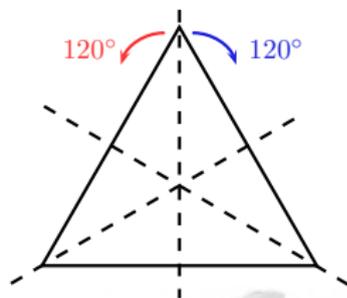
Movimiento **rígido** que realizamos a un objeto que lo deja igual que como estaba antes del movimiento.



Simetrías

¿Qué es una simetría?

Movimiento **rígido** que realizamos a un objeto que lo deja igual que como estaba antes del movimiento.



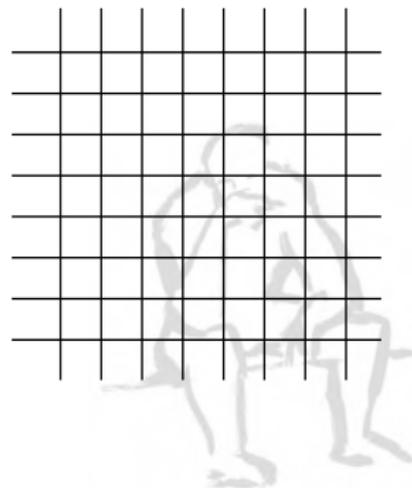
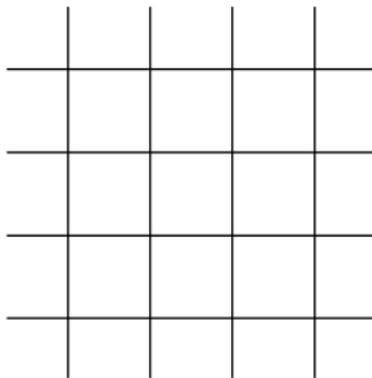
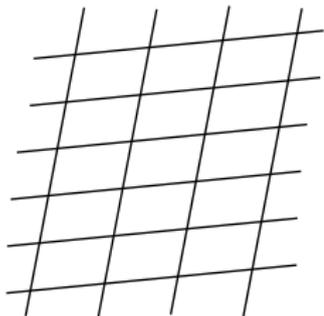
Simetrías

Dos embaldosados son **equivalentes** si tienen exactamente las mismas simetrías (si siguen el mismo patrón).



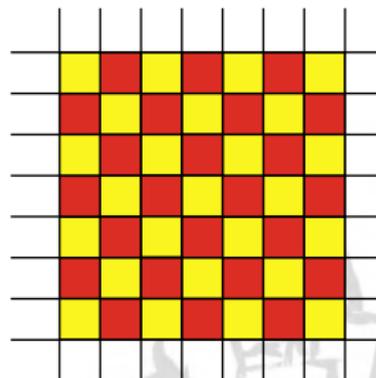
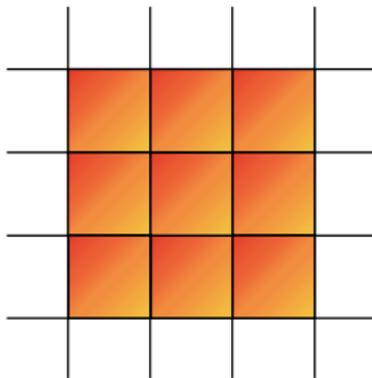
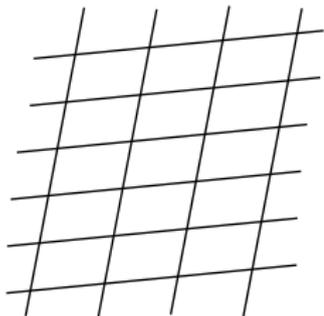
Simetrías

Dos embaldosados son **equivalentes** si tienen exactamente las mismas simetrías (si siguen el mismo patrón).



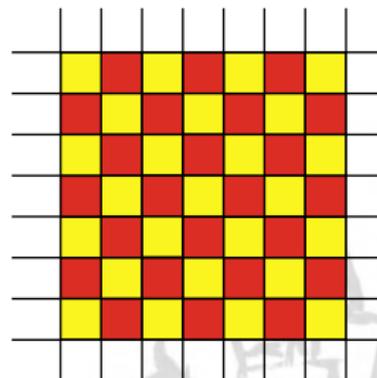
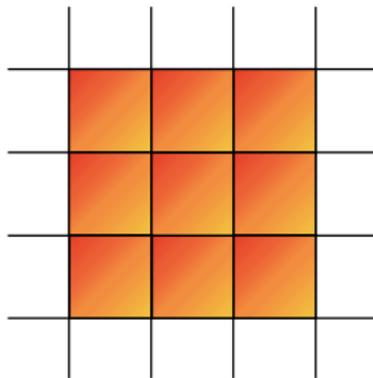
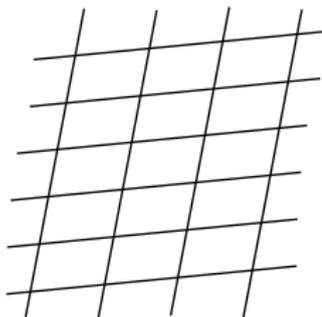
Simetrías

Dos embaldosados son **equivalentes** si tienen exactamente las mismas simetrías (si siguen el mismo patrón).



Simetrías

Dos embaldosados son **equivalentes** si tienen exactamente las mismas simetrías (si siguen el mismo patrón).



¿Cuántos patrones distintos hay para embaldosar un plano?

17



El número 17

- Es el 7º número primo



El número 17

- Es el 7º número primo
- $17 = 2 + 3 + 5 + 7$



El número 17

- Es el 7º número primo
- $17 = 2 + 3 + 5 + 7$
- Tiene un primo gemelo, el 19.



El número 17

- Es el 7º número primo
- $17 = 2 + 3 + 5 + 7$
- Tiene un primo gemelo, el 19.

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |



El número 17

- Es el 7º número primo
- $17 = 2 + 3 + 5 + 7$
- Tiene un primo gemelo, el 19.
- $17 = 2^{2^n} + 1$ para $n = 2$.



El número 17

- Es el 7º número primo
- $17 = 2 + 3 + 5 + 7$
- Tiene un primo gemelo, el 19.
- $17 = 2^{2^n} + 1$ para $n = 2$.



El número 17

- Es el 7º número primo
- $17 = 2 + 3 + 5 + 7$
- Tiene un primo gemelo, el 19.
- $17 = 2^{2^n} + 1$ para $n = 2$.
- Gracias a él, Gauss se “dedicó” a las matemáticas.



El número 17

- Es el 7º número primo
- $17 = 2 + 3 + 5 + 7$
- Tiene un primo gemelo, el 19.
- $17 = 2^{2^n} + 1$ para $n = 2$.
- Gracias a él, Gauss se “dedicó” a las matemáticas.
- Número de la mala suerte en Italia.



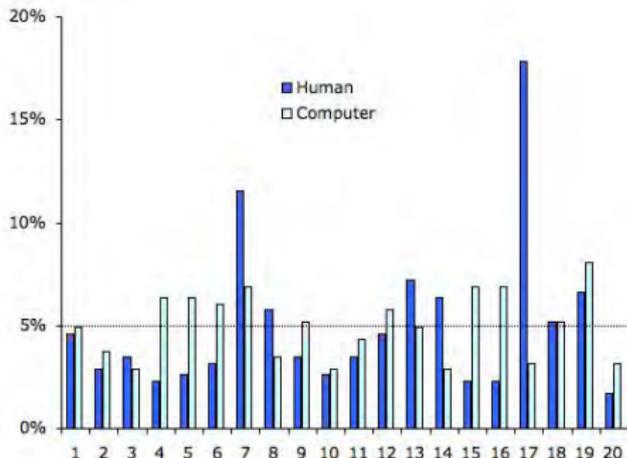
El número 17

- Es el 7º número primo
- $17 = 2 + 3 + 5 + 7$
- Tiene un primo gemelo, el 19.
- $17 = 2^{2^n} + 1$ para $n = 2$.
- Gracias a él, Gauss se “dedicó” a las matemáticas.
- Número de la mala suerte en Italia.
- Número menos aleatorio.



El número 17

- Es el 7º número primo
- $17 = 2 + 3 + 5 + 7$
- Tiene un primo gemelo, el 19.
- $17 = 2^{2^n} + 1$ para $n = 2$.
- Gracias a él, Gauss se “dedicó” a las matemáticas.
- Número de la mala suerte en Italia.
- Número menos aleatorio.



17 maneras de embaldosar el plano

¿Por qué 17?



17 maneras de embaldosar el plano

¿Por qué 17?

¿Cómo se obtienen?



17 maneras de embaldosar el plano

¿Por qué 17?

¿Cómo se obtienen?

¡Todas están en la Alhambra!



1.) T (p1)



1.) T (p1)



2.) A (pm)



2.) $A (pm)$



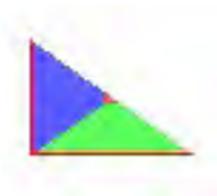
3.) D_{22} (pmg)



3.) D_{22} (pmg)



4.) $D_{2\overline{22}}$ (cmm)



4.) $D_{2\overline{22}}$ (*cmm*)



5.) $D_{3\bar{3}}$ ($p31m$)



5.) $D_{3\bar{3}}$ ($p31m$)



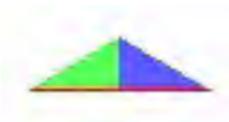
6.) $D_{4\bar{2}}$ ($p4g$)



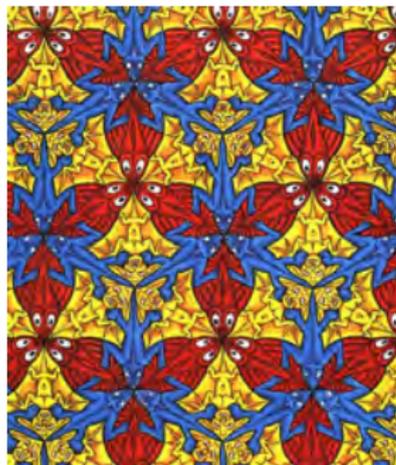
6.) $D_{4\bar{2}}$ ($p4g$)



7.) $D_{\overline{333}}$ ($p3m1$)



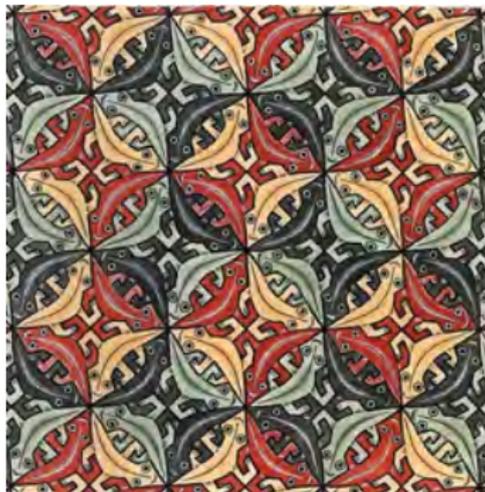
7.) $D_{\overline{333}}$ ($p3m1$)



8.) D_{442} ($p4m$)



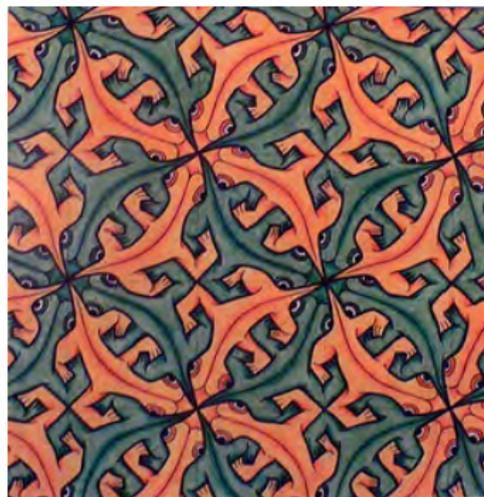
8.) $D_{\overline{442}}$ ($p4m$)



9.) $D_{\overline{632}}$ ($p6m$)



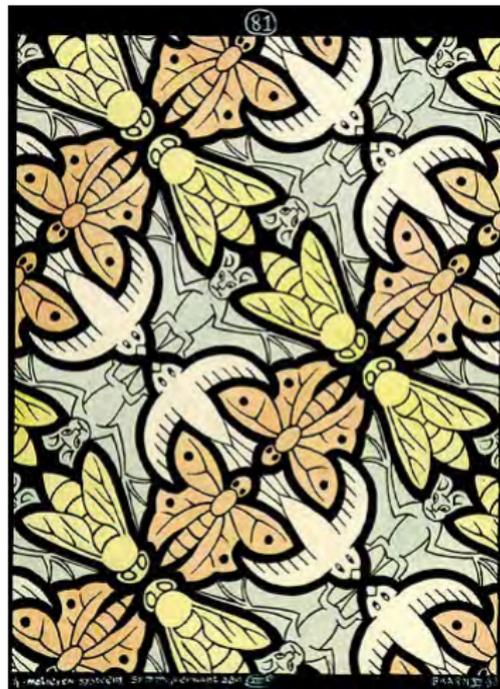
9.) D_{632} ($p6m$)



10.) $D_{\overline{2222}}$ (pmm)



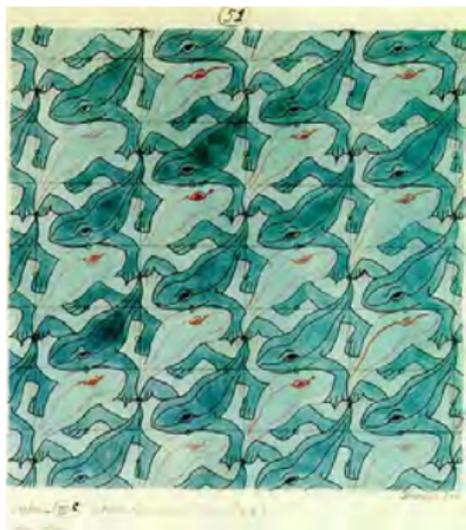
10.) D_{2222} (pmm)



11.) S_{2222} ($p2$)



11.) S_{2222} (p2)



12.) S_{333} (p3)



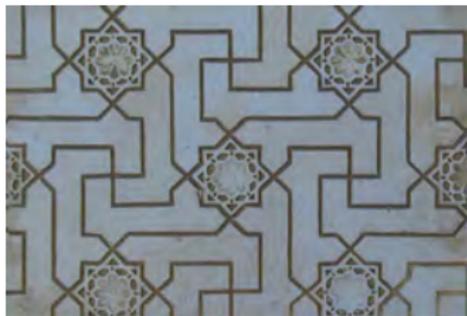
12.) S_{333} (p3)



13.) S_{442} (p4)



13.) S_{442} ($p4$)



14.) S_{632} (p6)



14.) S_{632} (p6)



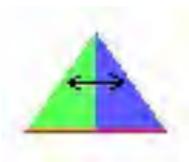
15.) K (pg)



15.) K (pg)



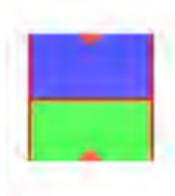
16.) M (cm)



16.) M (cm)



17.) P_{22} (pgg)



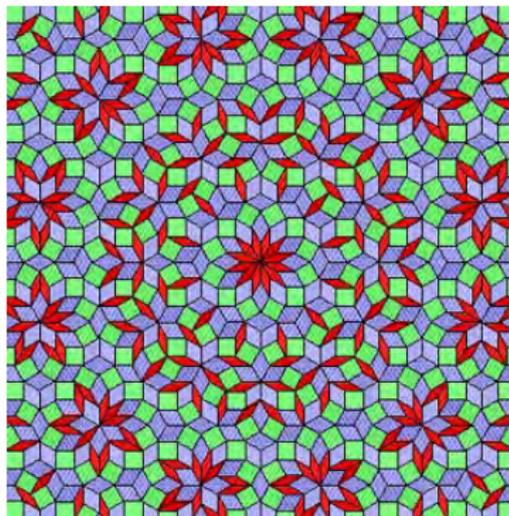
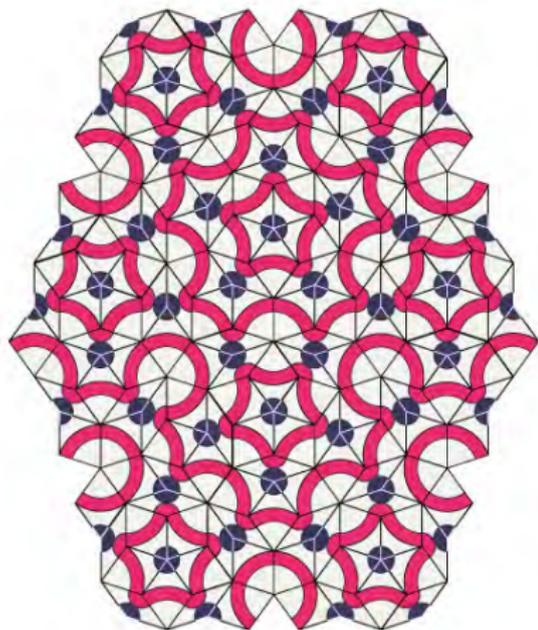
17.) P_{22} (pgg)



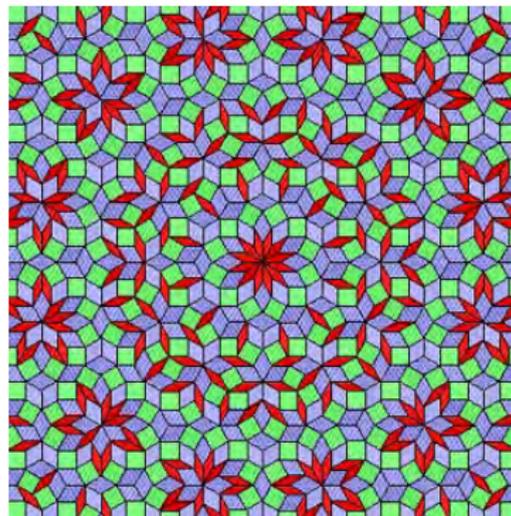
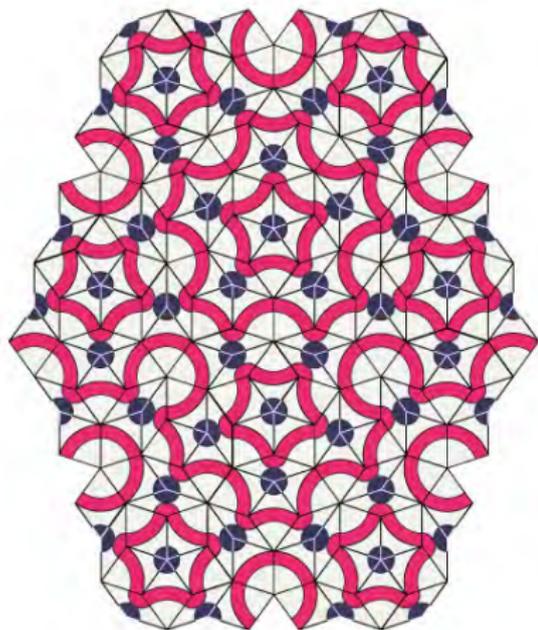
17.) P_{22} (pgg)



Embaldosados de Penrose



Embaldosados de Penrose



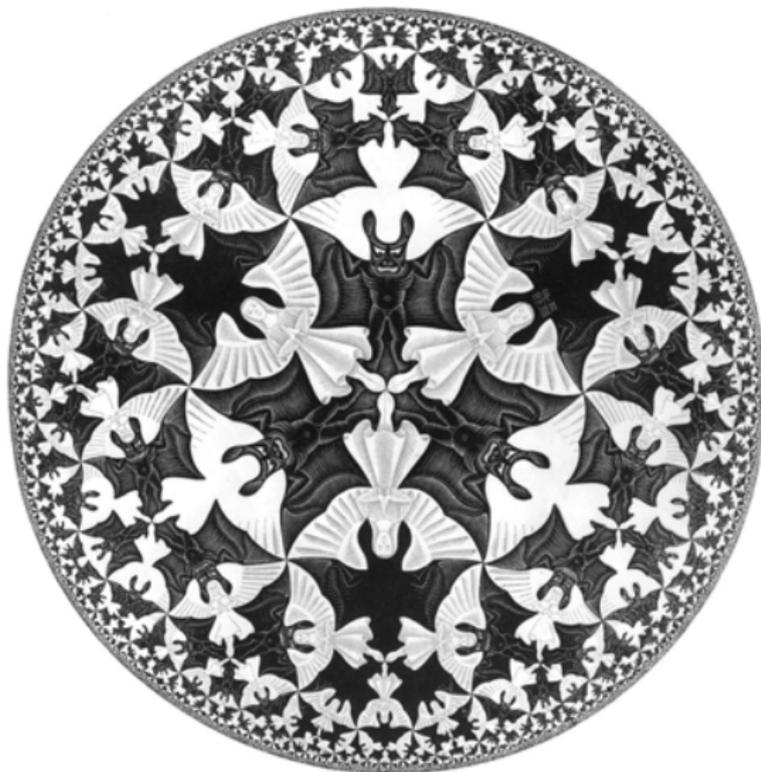
Geometría Esférica



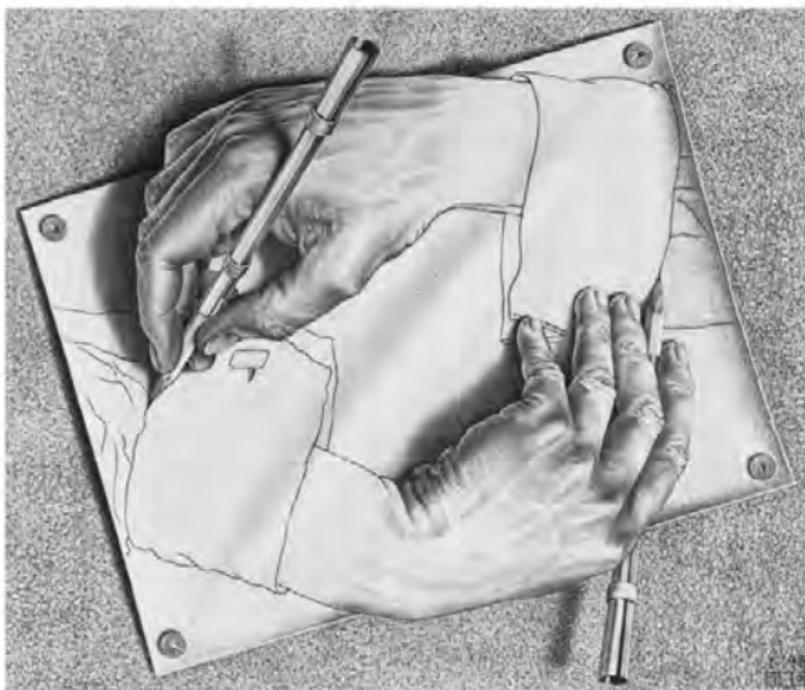
Geometría Esférica



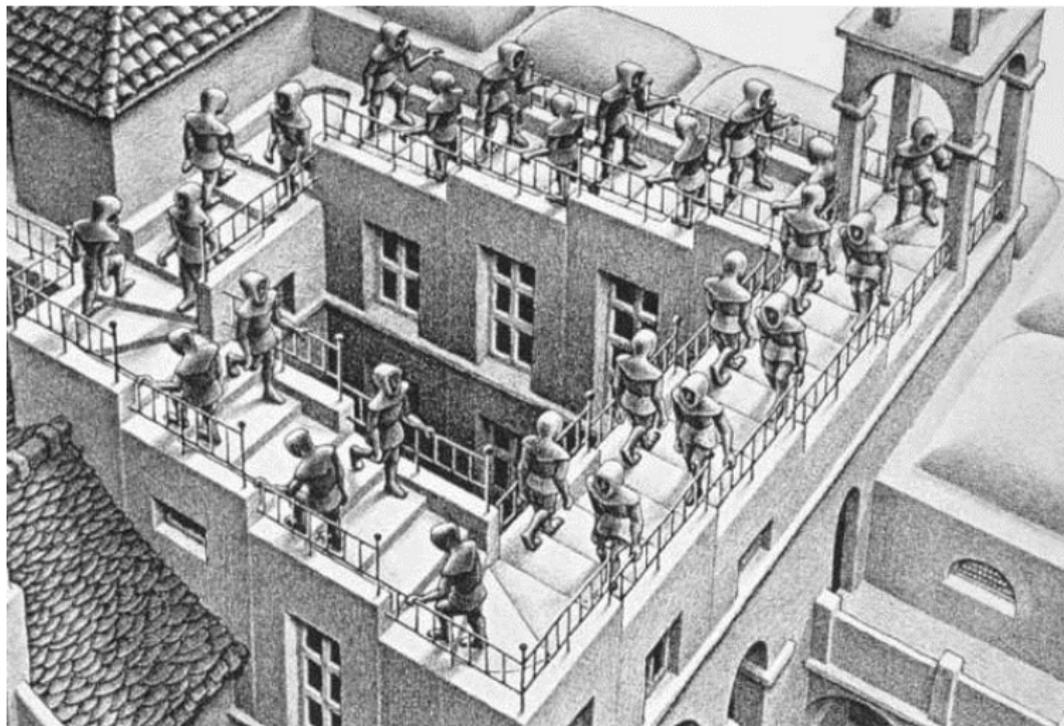
Geometría Hiperbólica



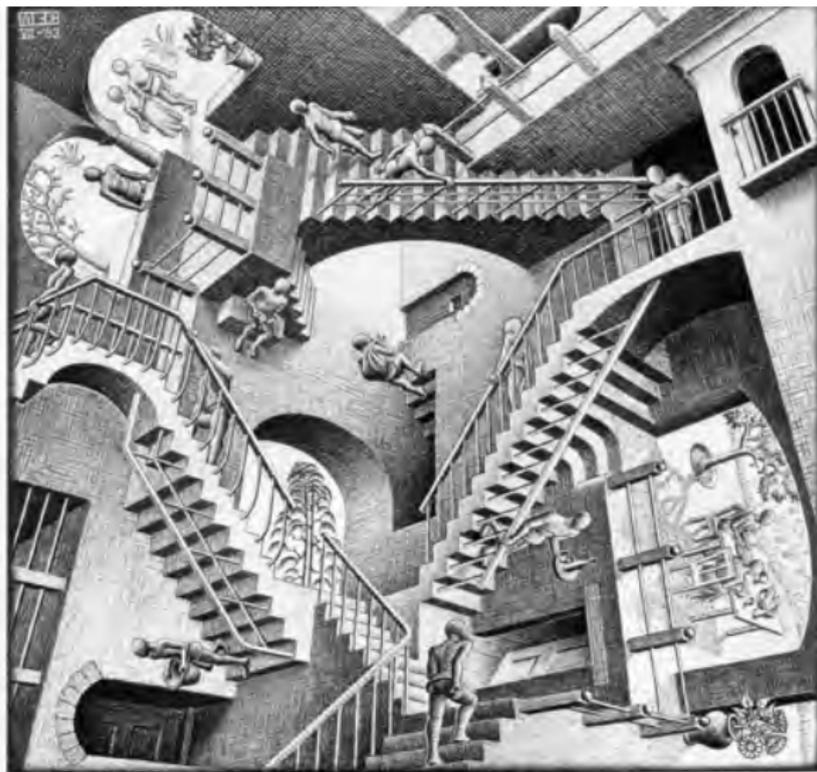
El Plano y el Volumen



El Infinito



La Relatividad



La Relatividad



La Relatividad



La Perspectiva



La Perspectiva



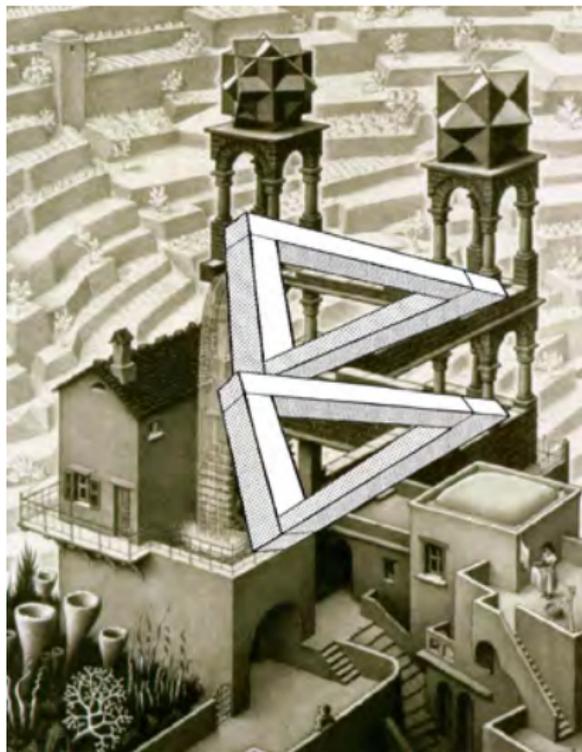
La Perspectiva



La Perspectiva



La Perspectiva



La Perspectiva, ¿es imposible?



La Perspectiva, ¿es imposible?



La Perspectiva, ¿es imposible?



La Perspectiva, ¿es imposible?



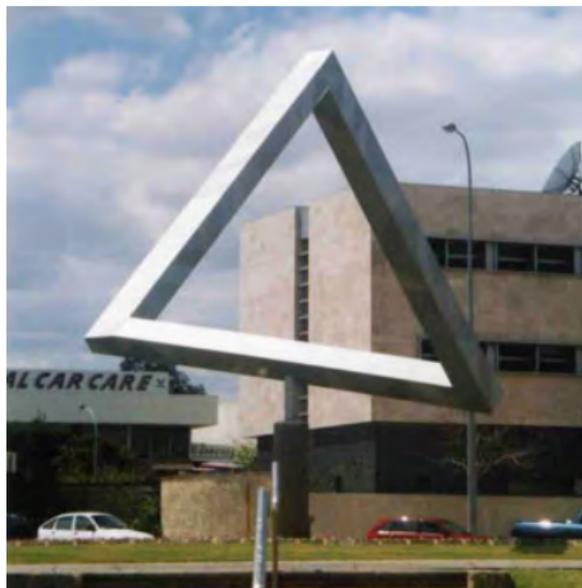
La Perspectiva, ¿es imposible?



La Perspectiva, ¿es imposible?



La Perspectiva, ¿es imposible?



La Perspectiva, ¿es imposible?



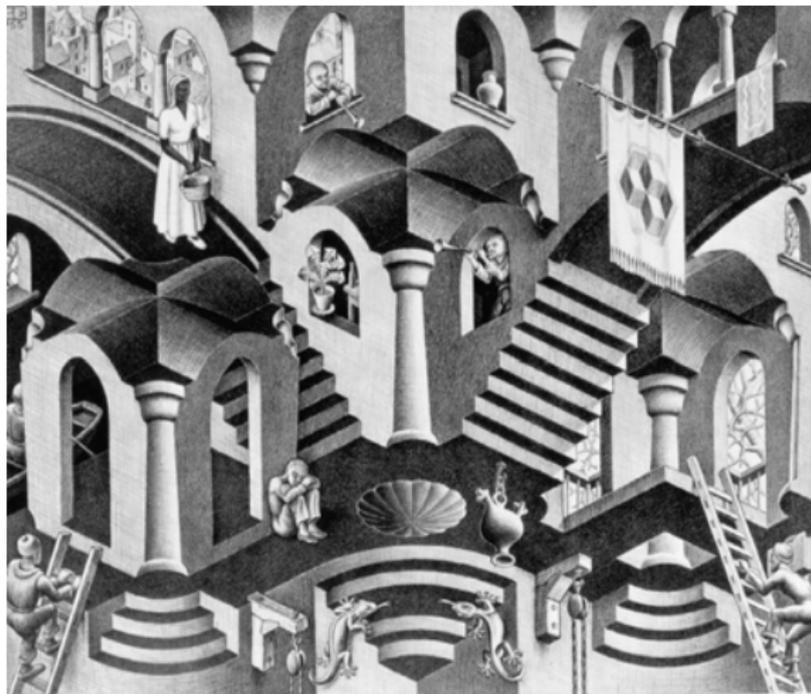
La Perspectiva, ¿es imposible?



La Perspectiva, ilusiones ópticas



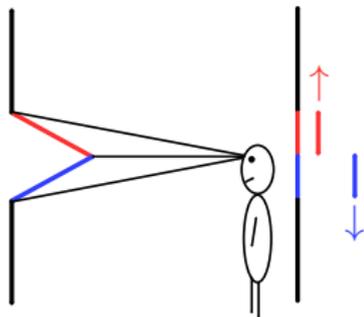
Cóncavo y Convexo



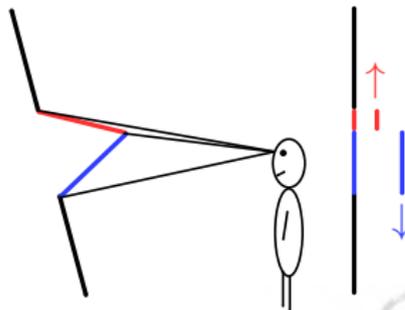
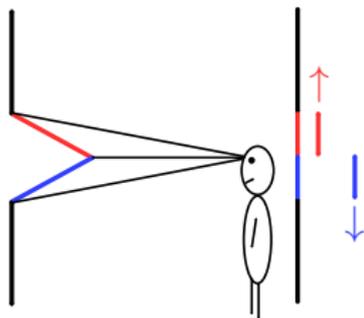
Cóncavo y Convexo



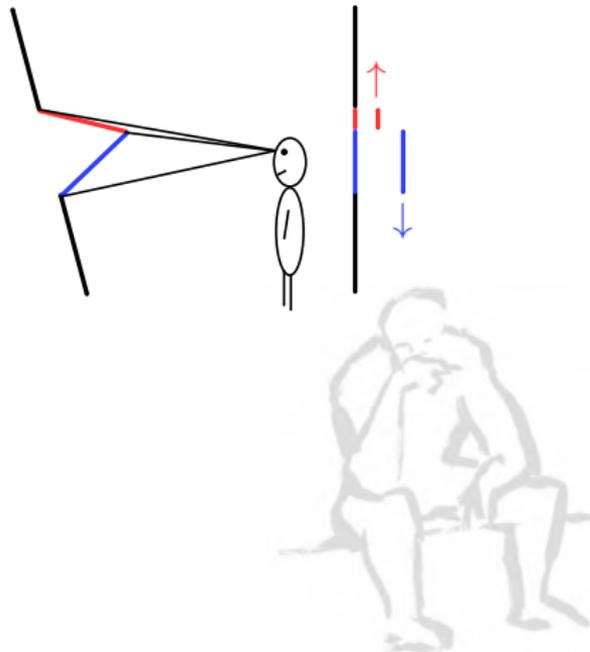
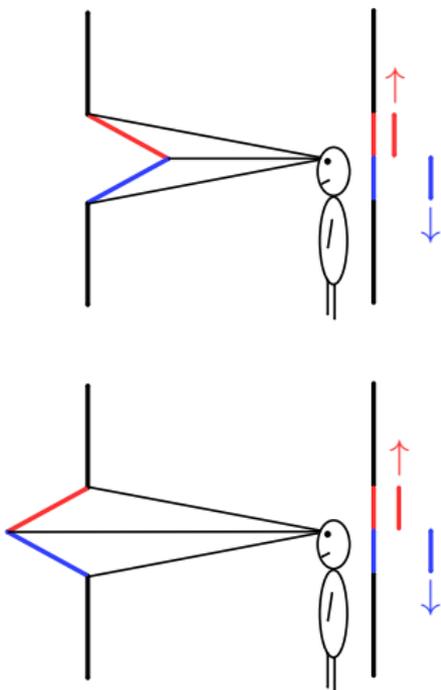
Cóncavo y Convexo



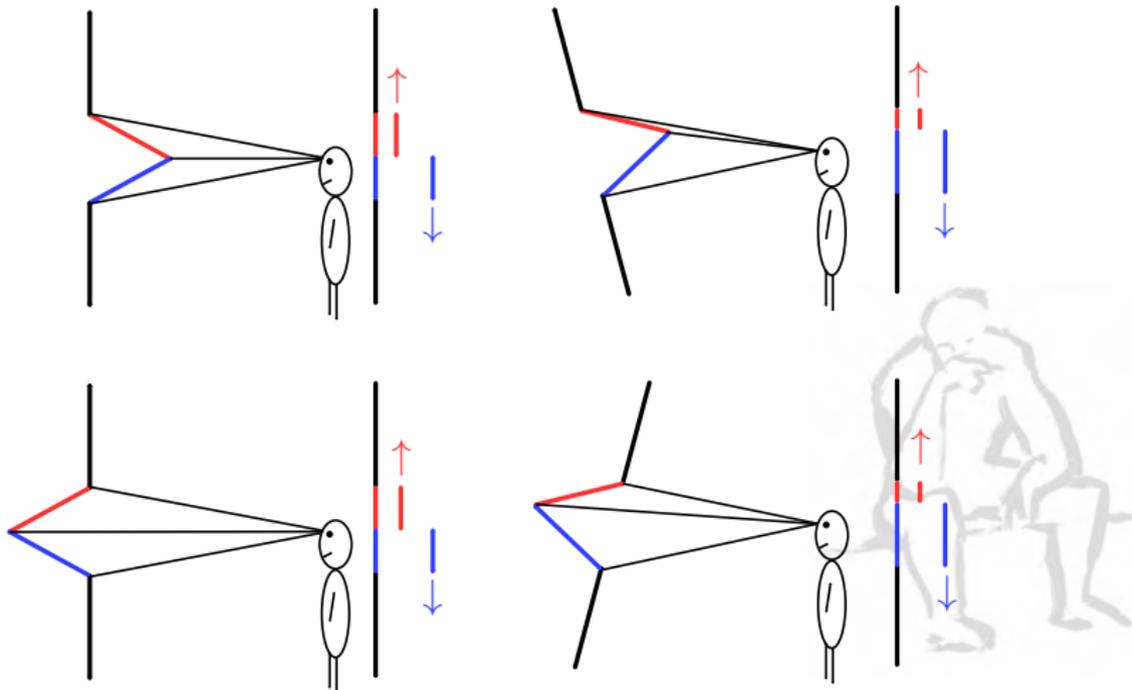
Cóncavo y Convexo



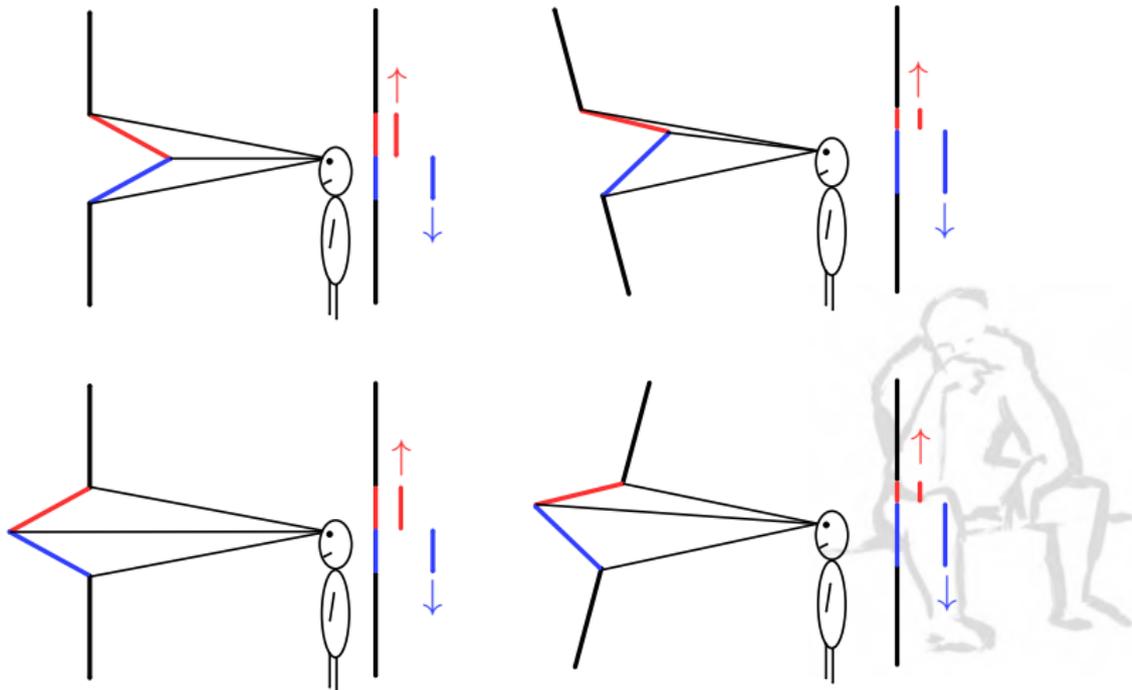
Cóncavo y Convexo



Cóncavo y Convexo



Cóncavo y Convexo



- 
-  **Rafael Pérez** *Un matemático pasea por la Alhambra,* Física en acción 5 (2004).
-  **Capi Corrales** *Escher I: Las matemáticas para construir,* Revista Suma (Junio 2005).
-  **Geometry Technologies, Inc.** *Science U,* <http://www.scienceu.com/geometry/>
-  **Rolph L.E. Schwarzenberger** *The 17 plane symmetry groups,* The Mathematical Gazette vol.58 no.404 (1974), 123-131.
-  **José M. Montesinos** *Grupos cristalográficos y topología en Escher,* Rev.R.Acad.Cienci.Exact.Fís.Nat. 104 (2010).

¡¡Muchas gracias por vuestra atención!!

- 
-  **Rafael Pérez** *Un matemático pasea por la Alhambra,* Física en acción 5 (2004).
-  **Capi Corrales** *Escher I: Las matemáticas para construir,* Revista Suma (Junio 2005).
-  **Geometry Technologies, Inc.** *Science U,* <http://www.scienceu.com/geometry/>
-  **Rolph L.E. Schwarzenberger** *The 17 plane symmetry groups,* The Mathematical Gazette vol.58 no.404 (1974), 123-131.
-  **José M. Montesinos** *Grupos cristalográficos y topología en Escher,* Rev.R.Acad.Cienci.Exact.Fís.Nat. 104 (2010).